

**MASARYKOVA UNIVERZITA V BRNĚ**

**Přírodovědecká fakulta**



Bakalářská práce

# **Interaktivní testy matematických znalostí**

Brno 2006

Jana Bobčíková

Vedoucí práce: **Mgr. Pavla Musilová, Ph.D.**

# Prohlášení

Prohlašuji, že tato bakalářská práce je mým původním autorským dílem, které jsem vypracovala samostatně pod vedením Mgr. Pavly Musilové, Ph.D. a s použitím uvedené literatury.

V Brně, 22. května 2006

Jana Bobčíková

# Obsah

Úvod.....	4
Základní poznatky z matematiky.....	5
Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy.....	8
Planimetrie.....	12
Funkce.....	15
Goniometrie a trigonometrie.....	18
Stereometrie.....	20
Kombinatorika a pravděpodobnost.....	23
Posloupnosti a řady.....	26
Analytická geometrie v rovině a prostoru.....	30
Komplexní čísla.....	34
Základy diferenciálního a integrálního počtu.....	36
Seznam literatury.....	40

# Úvod

Cílem této práce je vytvoření souboru matematických testů na úrovni střední školy. V testech jsem se snažila obsáhnout všechna témata, která se běžně na střední škole probírají. Má sloužit studentům středních škol jako zdroj příkladů k procvičení, příprava k maturitní zkoušce nebo k přijímacímu řízení na vysoké školy. Zvolila jsem vypracování interaktivní verze testu, protože si myslím, že v dnešní době je sice mnoho matematických sbírek s velkým množstvím příkladů, ale interaktivních matematických testů je velmi málo. Proto myslím, že studenti, kteří jsou zvyklí pracovat s počítačem, test v takovéto podobě ocení.

Interaktivní verze testů je volně dostupná na adrese <http://morgul.homelinux.com/test/>. Při vytváření interaktivní verze jsem použila programovací jazyk PHP4.

Při vypracovávání testů by se neměla používat kalkulačka ani matematické tabulky.

## Základní poznatky z matematiky

Test obsahuje 12 otázek. Ověřuje znalost nejzákladnějších matematických pojmů a schopnost s nimi pracovat. Student by měl rozumět pojmům jako je číslo opačné k číslu, racionální číslo, zlomek, zlomek v základním tvaru, smíšené číslo uspořádání zlomků, absolutní hodnota čísla, interval a jeho zápis, množinové operace, největší společný dělitel (algoritmus pro jeho určení), pravidla pro dělitelnost číslem 4, podíl mnohočlenů, rozklad mnohočlenu na součiny.

Časový limit je 10 minut.

- Určete opačné číslo k číslu  $-(23 - 5)$ .
  - 18
  - 18 (správně)
  - $-\frac{1}{18}$
  - $\frac{1}{18}$
  - nevím
- Čísla  $\sqrt{2}$ , 2, 0,  $\sqrt{3}$ , -1,  $\frac{9}{8}$ , 1 seřaďte od největšího k nejmenšímu.
  - $2, \sqrt{3}, \sqrt{2}, \frac{9}{8}, 1, 0, -1$  (správně)
  - $\sqrt{2}, \sqrt{3}, 2, \frac{9}{8}, 1, 0, -1$
  - $\sqrt{3}, 2, \sqrt{2}, \frac{9}{8}, 1, 0, -1$
  - $2, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \frac{9}{8}, 1, 0, -1$
  - nevím
- Racionální číslo 1,75 vyjádřete ve tvaru zlomku v základním tvaru.
  - $\frac{175}{10}$
  - $\frac{7}{4}$  (správně)
  - $\frac{7}{5}$
  - $\frac{25}{4}$
  - nevím

4. Vyjádřete smíšené číslo  $4\frac{5}{8}$  jako zlomek.
- a)  $\frac{13}{8}$
  - b)  $\frac{20}{8}$
  - c)  $\frac{9}{8}$
  - d)  $\frac{37}{8}$  (správně)
  - e) nevím
5. Usměrněte zlomek  $\frac{6}{3-\sqrt{3}}$ .
- a)  $3-\sqrt{3}$
  - b)  $3+\sqrt{3}$  (správně)
  - c)  $\sqrt{3}-3$
  - d)  $6+2\sqrt{3}$
  - e) nevím
6. Určete absolutní hodnotu  $|3-|8-2|+4-|-2||$ .
- a) 3
  - b) -1
  - c) 1 (správně)
  - d) -3
  - e) nevím
7. Určete sjednocení intervalů  $I = \langle -1, 3 \rangle$ ,  $J = (2, 5)$ .
- a)  $\langle -1, 5 \rangle$
  - b)  $\langle -1, 5 \rangle$  (správně)
  - c)  $(-1, 5)$
  - d)  $(2, 3 \rangle$
  - e) nevím
8. Najděte největšího společného dělitele čísel 12, 16, 20.
- a) 144
  - b) 60
  - c) 12
  - d) 4 (správně)
  - e) nevím

9. Podlaha jídelny o rozměrech 910 cm a 1330 cm má být pokryta co nejmenším počtem shodných dlaždic tvaru čtverce. Jaký je nejmenší počet dlaždic použitých na pokrytí podlahy a jaké jsou jejich rozměry?
- a) 247 dlaždic o rozměrech  $10 \times 10$  cm
  - b) 490 dlaždic o rozměrech  $70 \times 70$  cm
  - c) 247 dlaždic o rozměrech  $70 \times 70$  cm (správně)
  - d) 100 dlaždic o rozměrech  $10 \times 10$  cm
  - e) nevím
10. Kterou číslici musíte z čísla 327 458 škrtnout, aby nové číslo bylo dělitelné 4?
- a) 3
  - b) 4
  - c) 5 (správně)
  - d) 7
  - e) nevím
11. Určete podíl  $(16a^5b^2 + 6a^2b + 6ab^4 - 16a^3b) : 2ab$ .
- a)  $8a^4 + 3a + 3b^2 - 8a^2$
  - b)  $8a^4b + 3a + 3b^3 - 8a^2$  (správně)
  - c)  $8a^4b + 3a + 3b^3 + 8a^2$
  - d)  $8a^5b + 6a + 3b^3 - 8a^2$
  - e) nevím
12. Rozložte kvadratický výraz  $x^2 - 6x + 8$  na součin.
- a)  $(x + 4)(x + 2)$
  - b)  $(x + 4)(x - 2)$
  - c)  $(x - 4)(x + 2)$
  - d)  $(x - 4)(x - 2)$  (správně)
  - e) nevím

## Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy

Test obsahuje 16 otázek. Ověřuje znalost sčítání, odčítání, násobení a dělení mnohočlenů. Student by měl:

- znát z paměti vzorce pro druhou a třetí mocninu dvojčlenu a umět je používat,
- ovládat početní operace s racionálními lomenými výrazy a určovat jejich definiční obory,
- umět využít ekvivalentních úprav rovnic k vyjádření neznámé ze vzorce,
- umět řešit lineární, kvadratické, logaritmické rovnice, rovnice s neznámou pod odmocninou, rovnice a nerovnice obsahující lineární výrazy v absolutní hodnotě,
- umět řešit soustavy rovnic se dvěma neznámými,
- ovládat pojem dvojnásobný kořen,
- umět řešit rovnice s parametrem.

Časový limit je 15 minut.

1. Vynásobte a sečtěte výraz  $a(3+2a) - 4(a^2 + 2) + 3a(a - 2)$ .

- a)  $2a^2 - 3a - 8$
- b)  $a^2 + 3a + 2$
- c)  $a^2 - 3a + 8$
- d)  $a^2 - 3a - 8$  (správně)
- e) nevím

2. Dělte mnohočlen dvojčlenem  $(xy + 3x - 2y - 6) : (x - 2)$ .

- a)  $y + 3$  (správně)
- b)  $y - 3$
- c)  $y - 2$
- d)  $y + 2$
- e) nevím

3. Vypočtěte  $4(-a^2b^3c^4)^2$ .

- a)  $16a^4b^5c^6$
- b)  $(-4a^4b^5c^6)$
- c)  $4a^4b^6c^8$  (správně)
- d)  $16a^4b^6c^8$
- e) nevím

4. Vypočtěte  $(1 + a)^3$ .

- a)  $1 + 2a + a^2$
- b)  $1 + 3a + a^3$
- c)  $1 + 3a^2 + a^3$
- d)  $1 + 3a + 3a^2 + a^3$  (správně)
- e) nevím



5. Sečtěte zlomky  $\frac{3}{3}a + \frac{3}{5}a + \frac{3}{15}a$ .
- $\frac{9}{23}a$
  - $\frac{9}{15}a$
  - $\frac{9}{5}a$  (správně)
  - $9a$
  - nevím
6. Vypočtěte  $(-6)^0 + 2 \cdot 4^{-1} - 3(-2)^{-3} - 7(-5)^{-2}$ .
- 0,595
  - 1,595 (správně)
  - 0,845
  - 1,845
  - nevím
7. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $3x - 2[x - 3(x - 1) + 2] = 6x$ .
- 10 (správně)
  - 8
  - 10
  - 8
  - nevím
8. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $(x - 1)^3 - (x + 1)^2 + 3(x^2 + 1) = (x + 1)^3 - 2x^2$ .
- 0
  - 1
  - 0, 1
  - 0, -1 (správně)
  - nevím
9. Určete pro která  $x \in \mathbf{R}$  má výraz  $\sqrt{\frac{2x-1}{x+1}} - 1$  smysl.
- $(-\infty, -1) \cup \langle 2, \infty)$
  - $(-\infty, -1) \cup \langle 2, \infty)$  (správně)
  - $(-\infty, -2)$
  - $(-1, 2)$
  - nevím

10. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $|x - 2| + |x + 2| = 2x + 2$ .
- 1 (správně)
  - 2, 2
  - $-\frac{1}{2}$ , 1
  - $-\frac{1}{2}$ , 1, 2
  - nevím
11. Řešte v  $\mathbf{R}$  nerovnici  $|x - 1| + 3|2 - x| \geq x - |1 - x|$ .
- 2
  - 1, 2
  - $\langle 1, 2 \rangle$
  - $\mathbf{R}$  (správně)
  - nevím
12. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $\sqrt{-5 - 2x} + \sqrt{1 - x} = \sqrt{6 - x}$ .
- 3 (správně)
  - 3, 3
  - 3, 10
  - 3, 10
  - nevím
13. Řešte v  $\mathbf{R}^2$  soustavu rovnic
- $$\begin{aligned} x(x + 4y) + y(x + 6y) &= 20 \\ y(x + 3y) &= 5. \end{aligned}$$
- [1, -1], [2, -2]
  - [1, -2], [-1, 2]
  - [-2, -1], [2, 1] (správně)
  - [-2, 1], [2, -1]
  - nevím
14. Určete pro které hodnoty parametru  $m$  má rovnice  $x^2 - 5x + mx - 3m + 22 = 0$  jeden dvojnásobný kořen.
- 7, 9
  - 9, 7 (správně)
  - 1, 7
  - 7, 1
  - nevím
15. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $x^{7 - \log x} = 10^{12}$ .
- 3, -4
  - 3, 4
  - 1, 10
  - 1 000, 10 000 (správně)
  - nevím

16. Řešte v  $\mathbf{R}$  rovnici  $x^{\log x} + 10x^{-\log x} = 11$ .

- a)  $-1, 1, 10$
- b)  $1, 10$
- c)  $\frac{1}{10}, 1, 10$  (správně)
- d)  $\frac{1}{10}, 10$
- e) nevím

# Planimetrie

Test obsahuje 10 otázek týkajících se geometrických útvarů v rovině. Testuje znalost pojmů: tětiva kružnice, poloměr kružnice, tečna kružnice, kružnice opsaná a vepsaná, rovnoramenný a pravouhlý trojúhelník, přepona trojúhelníku, úhlopříčka n-úhelníku, zorný úhel, rovnoběžnost přímek, osová a středová souměrnost, otočení.

Časový limit je 35 minut.

1. Tětiva kružnice má od středu kružnice vzdálenost 8 cm a je o 2 cm větší než je poloměr kružnice. Určete poloměr kružnice.
  - a) 8,7 cm
  - b) 10 cm (správně)
  - c) 12 cm
  - d) 8,7 cm, 10 cm
  - e) nevím
2. V rovnoramenném trojúhelníku ABC je  $|AC| = |BC| = 13$  cm,  $|AB| = 10$  cm. Vypočítejte poloměr kružnice opsané trojúhelníku ABC.
  - a)  $\frac{10}{3}$  cm
  - b) 6 cm
  - c)  $\frac{169}{24}$  cm (správně)
  - d) 8 cm
  - e) nevím
3. Vypočítejte délku nejkratší strany pravouhlého trojúhelníka ABC s přeponou  $c$ , jestliže  $t_a=10$ ,  $t_b=4\sqrt{10}$ .
  - a) 12
  - b) 8 (správně)
  - c)  $4\sqrt{13}$
  - d) 5
  - e) nevím
4. Který n-úhelník má třicetkrát více úhlopříček než stran?
  - a) 60-úhelník
  - b) 62-úhelník
  - c) 63-úhelník (správně)
  - d) takový n-úhelník neexistuje
  - e) nevím

5. Je dána kružnice  $k$  se středem v bodě  $S$  a poloměrem 9cm a bod  $A$  tak, že vzdálenost bodu  $A$  od středu  $S$  je 15 cm. Bodem  $A$  jsou vedeny tečny ke kružnici  $k$ . Vypočítejte vzdálenost bodu  $A$  od bodů dotyku.
- 6 cm
  - 8 cm
  - 9 cm
  - 12 cm (správně)
  - nevím
6. Z rozhledny vysoké 20 m, vzdálené 20 m od řeky se jeví šířka řeky v zorném úhlu  $15^\circ$ . Jaká je šířka řeky?
- $20(\sqrt{3} - 1)$  m (správně)
  - 20 m
  - $20\sqrt{3}$  m
  - 30 m
  - nevím
7. Kolik řešení může mít následující úloha:  
Jsou dány 2 rovnoběžné přímky  $a$ ,  $b$  a přímka  $c$ , která rovnoběžky protíná. Sestrojte kružnici, která se dotýká všech daných přímek.
- žádné
  - žádné nebo 2 řešení
  - 1 řešení
  - 2 řešení (správně)
  - nevím
8. Kolik řešení může mít následující úloha:  
Je dána kružnice  $k$  a bod  $A$  vně kružnice. Sestrojte kružnici shodnou s kružnicí  $k$ , která prochází bodem  $A$  a dotýká se kružnice  $k$ .
- 1 řešení
  - žádné, 1 nebo 2 řešení (správně)
  - 1 řešení nebo 2 řešení
  - 2 řešení
  - nevím
9. Obrazem čtyřúhelníku  $ABCD$  v osové souměrnosti, jejíž osou je přímka  $BC$  je čtyřúhelník  $A'B'C'D'$ . Obrazem čtyřúhelníku  $A'B'C'D'$  ve středové souměrnosti, jejímž středem je střed úsečky  $BC$ , je čtyřúhelník  $A''B''C''D''$ . Čtyřúhelník  $A''B''C''D''$  je obrazem čtyřúhelníku  $ABCD$ :
- ve středové souměrnosti se středem  $C$
  - v osové souměrnosti, jejíž osou je přímka  $DD'$
  - v osové souměrnosti, jejíž osou je osa úsečky  $BC$  (správně)
  - v otočení se středem  $B$  a úhlem otočení  $180^\circ$
  - nevím

10. Vyberte, která z následujících tvrzení jsou pravdivá:

- 1) Existuje trojúhelník, jehož průsečík výšek leží na některé z jeho stran.
  - 2) Existuje trojúhelník, jehož střed kružnice opsané a průsečík výšek leží vně tohoto trojúhelníku.
  - 3) Existuje trojúhelník, jehož střed kružnice opsané leží na některé z jeho stran.
  - 4) Existuje trojúhelník, jehož střed kružnice vepsané leží na některé z jeho stran.
- a) 2, 3
  - b) 1, 2, 3 (správně)
  - c) 2, 3, 4
  - d) všechna tvrzení jsou pravdivá
  - e) nevím

# Funkce

Test obsahuje 14 otázek. Student by měl chápat definici funkce a obvyklý způsob jejího zadávání, pojmy definiční obor a obor hodnot funkce, sudost, lichost funkce, graf funkce, periodická funkce, funkce složená.

Časový limit je 20 minut.

1. Určete definiční obor funkce  $f: y = \frac{\sqrt{x+7}}{\sqrt{x-7}}$ .

- a)  $<-7, 7)$
- b)  $(7, \infty)$  (správně)
- c)  $<-7, \infty)$
- d)  $<7, \infty)$
- e) nevím

2. Rozhodněte, zda je funkce  $f: y = \frac{|x|+2}{x^3+8}$  sudá nebo lichá.

- a) sudá
- b) lichá
- c) není ani sudá ani lichá (správně)
- d) je sudá i lichá
- e) nevím

3. Určete definiční obor funkce  $f: y = \sqrt{-\frac{3}{x^2-5x+6}}$ .

- a)  $(-\infty, 2) \cup <3, \infty)$
- b)  $(-\infty, -3) \cup (-2, \infty)$
- c)  $(-3, -2)$
- d)  $(2, 3)$  (správně)
- e) nevím

4. Určete definiční obor funkce  $f: y = \log(-x)$ .

- a)  $\mathbf{R}$
- b)  $(-\infty, 0)$  (správně)
- c)  $(0, \infty)$
- d)  $<0, \infty)$
- e) nevím

5. Je dána funkce  $f: y = \frac{x^2 + 1}{2 - x^2}$ . Rozhodněte, která z následujících čísel  $-2, -1, 2, 5$  nepatří do oboru hodnot funkce  $f$ .
- $-2$
  - $-1$  (správně)
  - $2$
  - $5$
  - nevím
6. Najděte kvadratickou funkci, jejíž graf prochází body  $[1, 0], [2, 3], [3, 10]$ .
- $f: y = 2x^2 - 3x + 1$  (správně)
  - $f: y = -2x^2 + 9x - 7$
  - $f: y = x^2 - 3x + 1$
  - $f: y = x^2 - 1$
  - nevím
7. Rozhodněte, kdy je funkce  $f: y = x^2 - x - 6$  kladná.
- $(-\infty, -3) \cup (2, \infty)$
  - $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$  (správně)
  - $(-3, 2)$
  - $(-2, 3)$
  - nevím
8. Najděte kvadratickou funkci, aby platilo:  $f(1) = 0, f(0) = 2, f(-1) = 10$ .
- $f: y = 3x^2 - 5x + 1$
  - $f: y = -5x^2 + 3x + 1$
  - $f: y = -5x^2 + 3x + 2$
  - $f: y = 3x^2 - 5x + 2$  (správně)
  - nevím
9. Určete průsečíky grafů funkcí  $f$  a  $g$ .
- $$f: y = 5 \cdot 2^{x+3} - 6 \cdot 3^{x+2}$$
- $$g: y = 3^{x+3} + 2 \cdot 2^{x+1}$$
- $[-3; 2]$
  - $[-2; 4]$  (správně)
  - $[2; 4]$
  - $[3; 2]$
  - nevím
10. Určete  $a, b$  tak, aby graf funkce  $f: y = a \cdot 2^x + b$  procházel body  $[0; -3]$  a  $[2; 0]$ .
- $a = 1, b = -4$  (správně)
  - $a = 2, b = -3$
  - $a = 0, b = -3$
  - $a = 0, b = -4$
  - nevím



11. Rozhodněte, pro která  $x$  jsou hodnoty funkce  $f: y = |x - 2| - 2|x| - x$  nezáporné.
- $(-\infty, 1)$
  - $(-\infty, \frac{1}{2})$  (správně)
  - $(-\infty, 2)$
  - $<0, \infty)$
  - nevím
12. Rozhodněte, která z funkcí  $f_1: y = \sin |x|$ ,  $f_2: y = \cos |x|$ ,  $f_3: y = |\sin x|$ ,  $f_4: y = |\cos x|$  není periodická.
- $f_1: y = \sin |x|$  (správně)
  - $f_2: y = \cos |x|$
  - $f_3: y = |\sin x|$
  - $f_4: y = |\cos x|$
  - nevím
13. Jsou dány funkce  $f: y = 3x + 1$  a  $g: y = x^2 - 3x + 2$ . Vypočtěte  $g(f(1))$ .
- $x$
  - $1$
  - $4$
  - $6$  (správně)
  - nevím
14. Je dána funkce  $f: y = \frac{1}{x}$ . Určete složenou funkci  $f \circ (f \circ f)$ .
- $1$
  - $x$
  - $\frac{1}{x}$  (správně)
  - $x^2$
  - nevím

## Goniometrie a trigonometrie

Test obsahuje 10 otázek. Ověřuje znalost převodu stupňové míry na míru obloukovou, definice goniometrických funkcí sinus, kosinus, tangens, kotangens a znalost jejich vlastností (definiční obory, obory hodnot, vzájemná souvislost funkčních hodnot v jednotlivých kvadrantech). Student by měl být schopen tyto znalosti aplikovat při určování hodnot goniometrických funkcí a měl by znát základní vzorce, které využije při úpravách výrazů. Student by měl umět využít goniometrické funkce při řešení pravouhého trojúhelníku a umět řešit jednoduché trigonometrické úlohy.

Časový limit je 20 minut.

- Velikost úhlu  $\alpha = 100^\circ$  v míře stupňové vyjádřete v míře obloukové.
  - $\frac{5}{18}\pi$
  - $\frac{5}{9}\pi$  (správně)
  - $\pi$
  - $2\pi$
  - nevím
- Pro které z následujících hodnot platí  $\sin x = \cos x$ ?
  - $x = 30^\circ$
  - $x = 90^\circ$
  - $x = 135^\circ$
  - $x = 225^\circ$  (správně)
  - nevím
- Vypočítejte  $\cos(-180^\circ)$ .
  - 1 (správně)
  - 0,5
  - 0,5
  - 1
  - nevím
- Určete všechny velikosti úhlů  $\alpha \in \langle 0; 360^\circ \rangle$ , pro které platí  $\sin \alpha = \sin 57^\circ$ .
  - $\alpha = 57^\circ$
  - $\alpha = 237^\circ$
  - $\alpha = 57^\circ, \alpha = 123^\circ$  (správně)
  - $\alpha = 57^\circ, \alpha = 303^\circ$
  - nevím
- Čísla  $\sin 30^\circ, \cos 30^\circ, \operatorname{tg} 30^\circ, \operatorname{cotg} 30^\circ$  uspořádejte podle velikosti.
  - $\sin 30^\circ < \operatorname{cotg} 30^\circ < \operatorname{tg} 30^\circ < \cos 30^\circ$
  - $\operatorname{cotg} 30^\circ < \sin 30^\circ < \operatorname{tg} 30^\circ < \cos 30^\circ$
  - $\sin 30^\circ < \cos 30^\circ < \operatorname{tg} 30^\circ < \operatorname{cotg} 30^\circ$
  - $\sin 30^\circ < \operatorname{tg} 30^\circ < \cos 30^\circ < \operatorname{cotg} 30^\circ$  (správně)
  - nevím

6. Určete velikost úhlu, víte-li, že platí  $\cotg x = 1$  a  $\cos x < 0$ .
- $45^\circ$
  - $90^\circ$
  - $135^\circ$
  - $225^\circ$  (správně)
  - nevím
7. Vypočítejte  $\arccos 1$ .
- $-\pi$
  - $0$  (správně)
  - $\pi$
  - $\frac{\pi}{2}$
  - nevím
8. Zjednodušte výraz  $\sin^4 x - \cos^4 x + \cos^2 x$ .
- $\sin^2 x$  (správně)
  - $\cos^2 x$
  - $0$
  - $1$
  - nevím
9. Je dán trojúhelník ABC, kde  $c = 2\sqrt{3}$  cm,  $\beta = 30^\circ$ ,  $\gamma = 60^\circ$ . Určete délky všech zbývajících stran a úhlů.
- $a = 2$  cm,  $b = 3$  cm,  $\alpha = 90^\circ$
  - $a = 3$  cm,  $b = 4$  cm,  $\alpha = 30^\circ$
  - $a = 4$  cm,  $b = 2$  cm,  $\alpha = 90^\circ$  (správně)
  - $a = 4$  cm,  $b = 3$  cm,  $\alpha = 30^\circ$
  - nevím
10. Zjednodušte výraz  $\frac{\cos^3 x - \sin^3 x}{1 + \sin x \cdot \cos x}$ .
- $\cos x$
  - $\sin x$
  - $\sin x + \cos x$
  - $\cos x - \sin x$  (správně)
  - nevím

# Stereometrie

Test obsahuje 11 otázek. Testuje schopnost ovládat vzorce pro výpočet objemu a povrchu krychle, hranolu, jehlanu, rotačního válce, rotačního kužele a koule.

Časový limit je 30 minut.

- Nádrž tvaru krychle má objem 640 hl. Vypočítejte délku hrany nádrže.
  - 40 m
  - 80 m
  - 40 dm (správně)
  - 80 dm
  - nevím
- Jaký je vzorec pro výpočet obsahu rovnostranného kužele (jeho řezem je rovnostranný trojúhelník)?
  - $S = 2\pi \cdot r^2$
  - $S = 3\pi \cdot r^2$  (správně)
  - $S = \pi \cdot r^2 + \pi \cdot r \cdot v$
  - $S = \pi \cdot r^2 + 2\pi \cdot r \cdot v$
  - nevím
- Určete poměr objemů rotačního válce a rotačního kužele se stejnými poloměry podstav a stejnými výškami.
  - 3 : 1 (správně)
  - 2 : 1
  - 1 : 2
  - 1 : 3
  - nevím
- Prodlouží-li se hrana krychle o 4 cm, zvětší se její objem o 604 cm<sup>3</sup>. Určete povrch původní krychle.
  - 125 cm<sup>2</sup>
  - 150 cm<sup>2</sup> (správně)
  - 300 cm<sup>2</sup>
  - 486 cm<sup>2</sup>
  - nevím
- Povrch kvádra je 342 m<sup>2</sup>. Jeho rozměry jsou v poměru 1 : 3 : 4. Vypočtete objem kvádra.
  - 171 m<sup>3</sup>
  - 324 m<sup>3</sup> (správně)
  - 342 m<sup>3</sup>
  - 907 m<sup>3</sup>
  - nevím

6. Objem pravidelného čtyřbokého hranolu je  $500 \text{ cm}^3$ . Velikost jeho podstavné hrany a výšky jsou v poměru  $1 : 4$ . Určete velikost jeho výšky.
- 5 cm
  - 10 cm
  - 20 cm (správně)
  - 40 cm
  - nevím
7. Komolý trojboký hranol, jehož podstavou je pravoúhlý trojúhelník, má objem  $864 \text{ cm}^3$ . Obsah největší stěny je  $240 \text{ cm}^2$  a výška 16 cm. Vypočítejte délky jeho podstavných hran.
- 4 cm, 13 cm a 16 cm
  - 6 cm, 9 cm a 16 cm
  - 8 cm, 9 cm a 12 cm
  - 9 cm, 12 cm a 15 cm (správně)
  - nevím
8. Určete povrch kulové úseče, je-li poloměr koule 5 cm a poloměr řezu 3 cm (náповěda:  $S = 2\pi \cdot r \cdot v + \pi \cdot \rho^2$ ).
- $10\pi$
  - $18\pi$
  - $19\pi$  (správně)
  - $50\pi$
  - nevím
9. Jaký úhel svírá strana rotačního kužele s rovinnou podstavou, jestliže obsah pláště se rovná dvojnásobku obsahu podstavu.
- $90^\circ$
  - $60^\circ$  (správně)
  - $50^\circ$
  - $30^\circ$
  - nevím
10. Délky hran kvádrů jsou v poměru  $2 : 4 : 5$  a jeho objem je  $320 \text{ cm}^3$ . Určete rozměry tohoto kvádrů.
- 2 cm, 4 cm, 5 cm
  - 2 cm, 8 cm, 10 cm
  - 4 cm, 8 cm, 10 cm (správně)
  - 4 cm, 5 cm, 16 cm
  - nevím

11. Vyberte, která z následujících tvrzení o krychlích nejsou pravdivá:

- 1) Krychle má 12 stěnových úhlopříček.
- 2) Tělesové úhlopříčky se půlí.
- 3) Existují 3 stěny, které se protínají v jednom bodě.
- 4) Krychle má 6 tělesových úhlopříček.
  - a) 4 (správně)
  - b) 1, 4
  - c) všechna tvrzení jsou nepravdivá
  - d) všechna tvrzení jsou pravdivá
  - e) nevím

# Kombinatorika a pravděpodobnost

Test obsahuje 15 otázek. Testuje znalost a chápání pojmů faktoriál, kombinační číslo, variace, permutace a kombinace bez opakování, variace, permutace a kombinace s opakováním, pravděpodobnost a schopnost použít tyto pojmy při řešení slovních úloh.

Časový limit je 20 minut.

1. Kolika možnými způsoby mohou být mezi 8 finalistů olympijského sportu rozděleny medaile (zlatá, stříbrná a bronzová)?
  - a) 512
  - b) 24
  - c) 336 (správně)
  - d) 448
  - e) nevím
2. K sestavení vlajky, která má být složena ze 3 různobarevných vodorovných pruhů, jsou k dispozici látky barvy bílé, modré, červené, žluté a zelené. Určete počet vlajek, které lze z látek ušít a mají uprostřed žlutý pruh.
  - a) 16
  - b) 20
  - c) 25
  - d) 12 (správně)
  - e) nevím
3. Ve třídě 1.A se vyučuje 11 různých předmětů. Kolika způsoby lze sestavit rozvrh na jeden den, vyučuje-li se tento den 6 různých předmětů?
  - a) 332 640 (správně)
  - b) 46 656
  - c) 462
  - d) 66
  - e) nevím
4. Tomáš si o telefonním čísle svého kamaráda zapamatoval, že je 6-ti místné, dělitelné 25, začíná 7 a žádná cifra se neopakuje. Kolik je možností, jak toto číslo může vypadat?
  - a) 210
  - b) 1680
  - c) 336
  - d) 420 (správně)
  - e) nevím
5. V lavici může sedět 5 žáků (A, B, C, D, E). Kolika způsoby si mohou sednout, jestliže žáci A, C mají sedět vedle sebe.
  - a) 120
  - b) 60
  - c) 48 (správně)
  - d) 24
  - e) nevím

6. Určete počet všech trojčiferných přirozených čísel vytvořených z číslic 1, 2, ..., 5 tak, že se v jejich dekadickém zápisu každá číslice vyskytuje pouze jednou.
- a) 125
  - b) 60 (správně)
  - c) 25
  - d) 20
  - e) nevím
7. V prodejně si můžete vybrat ze sedmi druhů pohlednic. Kolika způsoby lze koupit 5 různých pohlednic?
- a) 21 (správně)
  - b) 42
  - c)  $7^3$
  - d)  $5^7$
  - e) nevím
8. Kolikrát více je variací k-té třídy z n prvků než kombinací k-té třídy z těchto prvků?
- a) k
  - b) n
  - c) k! (správně)
  - d) n!
  - e) nevím
9. Na hokejovém turnaji, kterého se účastní 8 družstev, sehraje každý tým s ostatními právě jedno utkání. Kolik zápasů bude celkem sehráno?
- a) 56
  - b) 28 (správně)
  - c) 112
  - d) 1680
  - e) nevím
10. Deset přátel si vzájemně poslalo pohlednice z prázdnin. Kolik pohlednic celkem rozeslali?
- a) 100
  - b) 50
  - c) 90 (správně)
  - d) 45
  - e) nevím
11. Ve vlaku jedou 3 cestující. Kolika způsoby mohou vystoupit, jestliže vlak staví na 5 zastávkách?
- a) 15
  - b) 60
  - c) 243
  - d) 125 (správně)
  - e) nevím



12. V košíku s ovocem je 8 jablek. Kolika způsoby lze jablka rozdělit mezi 3 děti? Přičemž jablka nerozlišujeme a děti rozlišujeme.
- a) 42
  - b) 45 (správně)
  - c) 120
  - d) 220
  - e) nevím
13. Jaká je pravděpodobnost, že při hodu 2 kostkami padne součet 8?
- a) 1 : 6
  - b) 5 : 6
  - c) 4 : 36
  - d) 5 : 36 (správně)
  - e) nevím
14. Na skladě je 10 výrobků, z toho 4 jsou vadné. Ze skladu byly náhodně odebrány 3 výrobky. Jaká je pravděpodobnost, že mezi odebranými výrobky bude právě jeden vadný?
- a) 1 : 2 (správně)
  - b) 1 : 4
  - c) 1 : 30
  - d) 3 : 4
  - e) nevím
15. Student si při zkoušce losuje dvě z deseti otázek. Přípraven je pouze na šest z nich. Jaká je pravděpodobnost, že nebude umět žádnou otázku, kterou si vylosuje?
- a) 1 : 3
  - b) 2 : 5
  - c) 2 : 15 (správně)
  - d) 8 : 5
  - e) nevím

# Posloupnosti a řady

Test obsahuje 15 otázek, které prověřují, zda student:

- ovládá pojem posloupnosti, symboliku a určení posloupnosti vzorcem pro  $n$ -tý člen a rekurentně,
- zná vztahy, které platí pro aritmetickou a geometrickou posloupnost a umí je aplikovat při řešení úloh,
- umí rozhodnout o omezenosti posloupnosti, konvergenci nekonečné geometrické řady a umí určit její součet.

Časový limit je 20 minut.

1. Které z čísel  $-242, -12, 3, 8$  není členem posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ ,  $a_n = -5n + 8$ .

- a)  $-242$
- b)  $-12$
- c)  $3$
- d)  $8$  (správně)
- e) nevím

2. Najděte první čtyři členy posloupnosti dané vzorcem pro  $n$ -tý člen  $\left(\cos \frac{1}{2}n\pi\right)_{n=1}^{\infty}$ .

- a)  $0, 1, 0, 1$
- b)  $0, -1, 0, 1$  (správně)
- c)  $1, 0, -1, 0$
- d)  $1, 0, 1, 0$
- e) nevím

3. Konečnou posloupnost  $5, -5, 5, -5$  vyjádřete vzorcem pro  $n$ -tý člen.

- a)  $(5 \cdot (-1)^{n+1})_{n=0}^4$
- b)  $(5 \cdot (-1)^{n+1})_{n=1}^4$  (správně)
- c)  $(5 \cdot (-1)^n)_{n=0}^5$
- d)  $(5 \cdot (-1)^n)_{n=1}^4$
- e) nevím

4. Vyjádřete vzorcem pro  $n$ -tý člen posloupnost všech lichých přirozených čísel.

- a)  $(2k + 1)_{k=0}^{\infty}$  (správně)
- b)  $(2k + 1)_{k=1}^{\infty}$
- c)  $(2k - 1)_{k=0}^{\infty}$
- d)  $(2k)_{k=1}^{\infty}$
- e) nevím

5. Najděte prvních pět členů posloupnosti  $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ , která je dána rekurentně takto:  
 $a_1 = -1$ ,  $a_{n+1} = -2a_n + 1$
- $-1, -3, -5, -7, -9$
  - $-1, 3, -5, 11, -21$  (správně)
  - $-1, 3, -5, -9, 19$
  - $1, -1, -3, -5, -7$
  - nevím
6. Posloupnost  $(4n)_{n=1}^{\infty}$  vyjádřenou vzorcem pro n-tý člen vyjádřete rekurentně.
- $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = a_n + 4$
  - $a_1 = 1$ ,  $a_{n+1} = 4a_n$
  - $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = 4a_n$
  - $a_1 = 4$ ,  $a_{n+1} = a_n + 4$  (správně)
  - nevím
7. V posloupnosti, která je dána rekurentně takto:  $a_{n+1} = a_n + 2a_{n-1}$  je  $a_4 = 2$ ,  $a_5 = 3$ . Určete  $a_8$ .
- 7
  - 14
  - 27 (správně)
  - 32
  - nevím
8. Je dána posloupnost  $(k \cdot (-1)^k + k \cdot 1^k)_{k=1}^{\infty}$ . Rozhodněte o její omezenosti.
- je omezená shora
  - je omezená zdola (správně)
  - je omezená shora i zdola
  - není omezená
  - nevím
9. Mezi čísla 4 a 22 vložte dvě čísla tak, aby s těmito dvěma čísly tvořila po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti.
- 8, 16
  - 9, 15
  - 10, 16 (správně)
  - 10, 15
  - nevím

10. V geometrické posloupnosti s kvocientem  $q = \frac{1}{3}$  je  $a_4 = 3$ . Určete první člen této posloupnosti.

- a) 1
- b) 9
- c) 27
- d) 81 (správně)
- e) nevím

11. V aritmetické posloupnosti platí:

$$a_2 - a_4 + a_6 = 4$$

$$a_1 + a_5 = 12$$

Určete první člen této posloupnosti.

- a) 1
- b) 2
- c) 5
- d) 10 (správně)
- e) nevím

12. Určete součet řady  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4^n}$ .

- a) řada není konvergentní
- b) 1
- c)  $\frac{1}{3}$  (správně)
- d)  $\frac{1}{4}$
- e) nevím

13. Do rovnostranného trojúhelníku o straně délky  $2a$  je vepsán trojúhelník tak, že jeho vrcholy jsou ve středech stran tohoto trojúhelníku. Do takto vzniklého trojúhelníku je opět vepsán trojúhelník s vrcholy ve středech jeho stran atd. Postup se stále opakuje až do nekonečna. Vypočítejte součet obvodů všech takto vzniklých trojúhelníků.

- a)  $2a$
- b)  $6a$
- c)  $12a$  (správně)
- d)  $16a$
- e) nevím

14. Řešte rovnici  $2^x + 4^x + 8^x + 16^x + \dots = 1$

- a)  $-1$  (správně)
- b) 0
- c) 1
- d) 2
- e) nevím

15. Adam, Tomáš a Martin jsou bratři. Martin je nejmladší a Adam nejstarší. Dohromady mají 42 let. Kolik let je nejstaršímu z bratrů, jestliže věkový rozdíl mezi Martinem a Tomášem, stejně jako mezi Adamem a Tomášem činí 3 roky?
- a) 11
  - b) 16
  - c) 17 (správně)
  - d) 18
  - e) nevím

## Analytická geometrie v rovině a prostoru

Test obsahuje 20 otázek. Student musí znát pojmy vektor, směrový a normálový vektor. Test ověřuje, zda student umí:

- určit velikost vektoru, vzdálenost dvou bodů, souřadnice středu úsečky,
- rozhodnout o kolmosti vektorů,
- určit skalární součin dvou nemulových vektorů a aplikovat ho při určování odchylky dvou přímek a při rozhodování o jejich kolmosti,
- vyjádřit přímku obecnou rovnicí, parametrickým vyjádřením a rovnicí ve směrníkovém tvaru,
- určit odchylku přímky od roviny, vzdálenost dvou přímek, vzdálenost bodu od roviny,
- řešit úlohy o vzájemné poloze dvou přímek a o vzájemné poloze přímky a roviny,
- analytické vyjádření roviny, zejména obecnou rovnicí,
- vyjádřit rovnici kružnice, paraboly, hyperboly, elipsy a kulové plochy,
- určit ohnisko paraboly, elipsy a hyperboly,
- určit vrcholy elipsy a hyperboly.

Časový limit je 35 minut.

1. Rozhodněte, který z bodů  $A[-2, 0, 3]$ ,  $B[3, -1, 0]$ ,  $C[1, 6, 4]$ ,  $D[0, 0, 0]$  má největší vzdálenost od bodu  $K[-1, 2, 0]$ .
  - a) A
  - b) B
  - c) C (správně)
  - d) D
  - e) nevím
2. Je dán trojúhelník ABC, jehož vrcholy mají souřadnice  $A[2, -1]$ ,  $B[2, -3]$ ,  $C[4, -1]$ . Rozhodněte, která z následujících tvrzení o tomto trojúhelníku jsou pravdivá.
  - 1) Trojúhelník je pravouhlý, pravý úhel je u vrcholu C.
  - 2) Všechny strany trojúhelníka jsou stejně dlouhé.
  - 3) Nejkratší strana je strana BC.
  - 4) Strany AB a AC nejsou stejně dlouhé.
  - a) 1, 4
  - b) 2
  - c) 1, 3
  - d) žádné tvrzení není pravdivé (správně)
  - e) nevím
3. Bod  $A[-5, 7, 12]$  se ve středové souměrnosti zobrazí na bod  $B[-3, 5, -2]$ . Najděte souřadnice středu souměrnosti.
  - a)  $[-4, 6, 5]$  (správně)
  - b)  $[-2, 2, 14]$
  - c)  $[-1, 1, 7]$
  - d)  $[-8, 12, 10]$
  - e) nevím

4. Vyberte, které dva vektory jsou kolmé.
- $(-1, 3), (-3, 1)$
  - $(6, 3), (4, -8)$  (správně)
  - $(2, 17, 1), (6, 0, -2)$
  - $(3, -4, 1), (4, 3, 1)$
  - nevím
5. Jsou dány body  $A[2, -1, 1], B[4, -3, 1]$ . Vypočítejte odchylku přímky AB od osy  $y$ .
- $30^\circ$
  - $45^\circ$  (správně)
  - $60^\circ$
  - $90^\circ$
  - nevím
6. Vyberte souřadnice vektoru, který je kolmý k dvěma vektorům  $u = (1, -1, 3), v = (2, 0, 5)$ .
- $(-5, 1, 2)$  (správně)
  - $(2, 0, 15)$
  - $(5, 1, 2)$
  - $(1, 1, 2)$
  - nevím
7. Jsou dány body  $A[1, 1, 1], B[2, -1, 1], C[3, 2, 1]$ . Vypočítejte délku těžnice  $t_b$ .
- 1
  - 2
  - 2,5 (správně)
  - 5
  - nevím
8. Zjistěte odchylku přímky  $p$  od roviny  $\rho$ :
- $$p : x = -1 + t, y = -2 + 2t, z = 1 - t, t \in \mathbf{R}$$
- $$\rho : 2x + y + z + 1 = 0.$$
- $30^\circ$  (správně)
  - $60^\circ$
  - $90^\circ$
  - $100^\circ$
  - nevím
9. Najděte obecnou rovnici přímky, která prochází bodem  $A[2, 3]$  kolmo na přímku CD, jestliže  $C[4, 7], D[-4, -5]$ .
- $8x + 12y + 52 = 0$
  - $2x + 3y - 13 = 0$  (správně)
  - $3x - 2y = 0$
  - $12x - 8y = 0$
  - nevím

10. Určete, pro která  $a$  je přímka  $p : x = 7 + 4t, y = 4 + 3t, z = -3 + t, t \in R$  rovnoběžná s rovinou  $\rho : ax + 3y - 5z + 9 = 0$ .
- $a = -1$  (správně)
  - $a = 0$
  - $a = 1$
  - $a = 3$
  - nevím
11. Určete vzdálenost přímek  $p$  a  $q$ , jestliže  $p : 3x - 4y + 15 = 0, q : 6x - 8y = 0$ .
- 1
  - 3 (správně)
  - 5
  - 15
  - nevím
12. Najděte směrnice tvar rovnice přímky, která prochází body  $A[-4, -5]$  a  $B[-1, -2]$ .
- $y = -x - 9$
  - $y = -x + 1$
  - $y = x - 9$
  - $y = x - 1$  (správně)
  - nevím
13. Určete obecnou rovnici roviny, která prochází body  $A[4, -1, 2]$  a  $B[2, 0, -1]$  a je rovnoběžná s přímkou  $CD$ , kde  $C[3, 2, -4], D[1, -1, -3]$ .
- $-x + y + z - 3 = 0$
  - $-x + y + z + 3 = 0$  (správně)
  - $x + y + z - 3 = 0$
  - $x + y + z + 3 = 0$
  - nevím
14. Určete vzájemnou polohu dvou přímek  $p, q$ , jestliže přímka  $p$  je dána body  $A[3, 1, 0]$  a  $B[-1, 4, 12]$ , přímka  $q$  body  $C[3, 2, 6]$  a  $D[0, 5, -3]$ .
- totožné rovnoběžky
  - různé rovnoběžky
  - mimoběžky (správně)
  - různoběžky
  - nevím
15. Zjistěte odchylku roviny  $\alpha : 3x + 5 = 0$  od roviny  $\beta : x = 3 + s - 2t, y = 2 - s + 2t, z = -1 - 4s; s, t \in R$ .
- $30^\circ$
  - $45^\circ$  (správně)
  - $60^\circ$
  - $90^\circ$
  - nevím



16. Vypočítejte vzdálenost bodu  $A[3, 5, -6]$  od roviny  $\alpha: 2x - 2y + z - 8 = 0$ .
- a) 2
  - b) 5
  - c) 6 (správně)
  - d) 10
  - e) nevím
17. Je dána rovnice  $4x^2 + 9y^2 - 8x - 32 = 0$ . Rozhodněte které kuželosečce tato rovnice patří.
- a) elipsa (správně)
  - b) kružnice
  - c) hyperbola
  - d) parabola
  - e) nevím
18. Najděte ohnisko paraboly, která má rovnici  $x^2 + 4y - 6x + 3 = 0$ .
- a)  $[3; 0,5]$  (správně)
  - b)  $[3; 1]$
  - c)  $[3; 1,5]$
  - d)  $[3; 2,5]$
  - e) nevím
19. Určete rovnici hyperboly, jejíž vrcholy jsou současně ohnisky elipsy dané rovnicí  $16x^2 + 25y^2 = 400$  a jejíž ohniska jsou hlavními vrcholy elipsy.
- a)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$
  - b)  $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$  (správně)
  - c)  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 0$
  - d)  $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 0$
  - e) nevím
20. Najděte průsečíky kulové plochy dané rovnicí  $(x - 3)^2 + (y + 2)^2 + z^2 = 38$  a přímky, která prochází bodem  $A[0, 3, 1]$  a je rovnoběžná se souřadnicovou osou  $z$ .
- a)  $[0, 3, 1]$
  - b)  $[0, 3, 1], [0, -3, 1]$
  - c)  $[0, -3, 2], [0, 3, -2]$
  - d)  $[0, 3, 2], [0, 3, -2]$  (správně)
  - e) nevím

# Komplexní čísla

Test obsahuje 10 otázek. Testuje znalost:

- vztahu  $i^2 = -1$ ,
- sčítání, odčítání a násobení komplexních čísel,
- výpočtu absolutní hodnoty komplexního čísla,
- goniometrického tvaru komplexního čísla a jeho souvislosti s tvarem algebraickým,
- Moivreovy věty,
- řešení rovnic v oboru komplexních čísel.

Časový limit je 15 minut.

1. Určete  $i^{89}$ .
  - a)  $-1$
  - b)  $1$
  - c)  $-i$
  - d)  $i$  (správně)
  - e) nevím
2. Vypočtěte  $3(2 + i) - (1 + i)^2 - 1$ .
  - a)  $3 + i$
  - b)  $5 + i$  (správně)
  - c)  $5i + 3$
  - d)  $5i + 7$
  - e) nevím
3. Najděte reálná čísla  $x, y$ , která jsou řešením rovnice  $(1 + i)x + (1 - i)y = 3 - i$ .
  - a)  $x = 1, y = -2$
  - b)  $x = -1, y = 2$
  - c)  $x = 1, y = 2$  (správně)
  - d)  $x = 2, y = 1$
  - e) nevím
4. Určete absolutní hodnotu  $|12 + 5i|$ .
  - a)  $7$
  - b)  $12$
  - c)  $13$  (správně)
  - d)  $17$
  - e) nevím
5. Vypočtěte  $\frac{1 + |i| + |i^2|}{2 - |-i| - |2i|}$ .
  - a)  $-4$
  - b)  $-3$  (správně)
  - c)  $2$
  - d)  $3$
  - e) nevím

6. Komplexní číslo  $z = 27(\cos 180^\circ + i \sin 180^\circ)$  vyjádřete v algebraickém tvaru.
- 27 (správně)
  - 0
  - $27 + i$
  - 27
  - nevím
7. Užitím Moivreovy věty vypočtete komplexní mocninu  $(1 + i)^{10}$  a výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru.
- 32
  - 32
  - $32i$  (správně)
  - $32 + i$
  - nevím
8. Řešte v  $C$  rovnici  $\sqrt{x^2 + 8ix + 9} = -x + i$ .
- i
  - 0
  - 1
  - $i$  (správně)
  - nevím
9. Vypočítejte  $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{50}$ .
- $i - 1$  (správně)
  - $i$
  - $i + 1$
  - $i + 2$
  - nevím
10. Je dána rovnice  $5x^3 - 11x^2 + 11x - 5 = 0$ . Vyberte, které z následujících komplexních čísel nepatří mezi řešení této rovnice.
- 1
  - $i$  (správně)
  - $\frac{3 + 4i}{5}$
  - $\frac{3 - 4i}{5}$
  - nevím

## Základy diferenciálního a integrálního počtu

Test obsahuje 20 otázek. Ověřuje, zda student chápe pojem limita funkce v bodě, zná z paměti derivace elementárních funkcí, umí derivovat složené funkce, při výpočtu limit umí aplikovat L'Hospitalovo pravidlo, zná pojem směrnice tečny, primitivní funkce k dané funkci a asymptota grafu funkce, umí řešit slovní úlohy, ve kterých se požaduje nalezení extrému funkce, zná z paměti základní vzorce a pravidla pro výpočet neurčitých integrálů a umí je aplikovat, umí vypočítat obsah množiny omezené grafy dvou funkcí a objem rotačního tělesa vytvořených rotací množiny kolem osy  $x$ .  
Časový limit je 30 minut.

1. Určete limitu  $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 6x + 9}$ .

- a) 0
- b) 0,5
- c) 1
- d) 2 (správně)
- e) nevím

2. Určete limitu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{e^x - e^{-x}}$ .

- a) 0 (správně)
- b) 1
- c) 0,5
- d) -1
- e) nevím

3. Určete limitu  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x \cdot \cotg x}$ .

- a) -1
- b) 0
- c) 1 (správně)
- d) 2
- e) nevím

4. Určete limitu  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ .

- a) 0
- b) 0,5
- c) 1 (správně)
- d) 2
- e) nevím

5. Určete limitu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{5n^2 + 3n + 2}{4n^3 - 8n^2 - 3}$ .
- 0
  - 1
  - $\frac{5}{4}$
  - 5
  - nevím
6. Určete limitu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{3n + 2}{n} + \frac{3n^2 + 2}{n^2 + 1} \right)$ .
- 0
  - 2
  - 6 (správně)
  - 12
  - nevím
7. Určete limitu  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}$ .
- 1
  - 2
  - 3 (správně)
  - 4
  - nevím
8. Určete derivaci funkce dané předpisem  $y = x \cdot \sin x + \cos x$ .
- $\sin x$
  - $2 \sin x$
  - $\cos x$
  - $x \cdot \cos x$  (správně)
  - nevím
9. Určete derivaci funkce dané předpisem  $y = \sin 3x^2$ .
- $6 \cos x$
  - $3 \cos 3x^2$
  - $6x \cdot \cos 3x^2$  (správně)
  - $3 \cos 3x^2 + 6x$
  - nevím

10. Určete, v kterém bodě grafu funkce  $y = x^2 - 5x + 7$  má tečna směrnicí rovnou 1.
- [3, 0]
  - [3, 1] (správně)
  - [3, 2]
  - [5, 1]
  - nevím
11. Najděte rovnici asymptoty grafu funkce  $y = \frac{x}{1+x^2}$ .
- $y = 0$  (správně)
  - $y = 1$
  - $y = x$
  - $y = x + 1$
  - nevím
12. Bazén má mít čtvercové dno a objem  $108 \text{ m}^3$ . Vypočítejte rozměr dna bazénu, má-li se na jeho vyzdění spotřebovat co nejméně materiálu.
- 3 m
  - 4 m
  - 6 m (správně)
  - 10 m
  - nevím
13. Najděte takové kladné přirozené číslo, aby součet tohoto čísla a jeho převrácené hodnoty byl minimální.
- 1 (správně)
  - 2
  - 3
  - 4
  - nevím
14. Vypočítejte  $\int \frac{\sin 2x}{\sin x} dx$ .
- $\cos x + C$
  - $\sin x + C$
  - $2 \cos x + C$
  - $2 \sin x + C$  (správně)
  - nevím
15. Vypočítejte  $\int x \cdot e^x dx$ .
- $e^x + C$
  - $2x \cdot e^x + C$
  - $x \cdot e^x - e^x + C$  (správně)
  - $x \cdot e^x + e^x + C$
  - nevím

16. Vypočítejte  $\int \cotg^2 x \, dx$ .

- a)  $\cos x + C$
- b)  $\cos x + x + C$
- c)  $\sin x - x + C$
- d)  $-\cotg x - x + C$  (správně)
- e) nevím

17. Vypočítejte  $\int_0^\pi x \cdot \sin x \, dx$ .

- a) 1
- b)  $\pi$  (správně)
- c)  $\pi + 1$
- d)  $2\pi$
- e) nevím

18. K funkci  $f: y = 2x + \cos x$  najděte primitivní funkci  $F$  tak, aby graf funkce  $F$  procházel bodem  $A[\pi, 1]$ .

- a)  $F: y = x^2 + \sin x$
- b)  $F: y = x^2 + \sin x + 1$
- c)  $F: y = x^2 + \sin x + 2$
- d)  $F: y = x^2 + \sin x + 1 - \pi^2$  (správně)
- e) nevím

19. Určete obsah obrazce omezeného křivkami

$$f: y = \frac{x^2}{2} \quad \text{a} \quad g: y = x + 4.$$

- a) 0
- b) 6
- c) 12
- d) 18 (správně)
- e) nevím

20. Vypočtete objem tělesa, které vznikne rotací množiny ohraničené křivkou  $x^2 + y^2 = 9$  a přímkou  $p: x + y = 3$ .

- a) 9
- b) 18
- c)  $9\pi$  (správně)
- d)  $18\pi$
- e) nevím

## Seznam literatury

- [1] Petáková, J.: Matematika – příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy. Praha, Prometheus 1998
- [2] Janeček, F.: Sbíрка úloh z matematiky pro střední školy – Výrazy, rovnice, nerovnice a jejich soustavy. Praha Prometheus 1998
- [3] Kubát, J., Hrubý, D., Pilgr, J.: Sbíрка úloh z matematiky pro střední školy – Maturitní minimum. Praha, Prometheus 2002
- [4] Bušek, I.: Sbíрка úloh z matematiky pro gymnázia – Analytická geometrie. Praha, Prometheus 2001
- [5] Odvárko, O.: Sbíрка úloh z matematiky pro gymnázia – Goniometrie. Praha, Prometheus 1999
- [6] Odvárko, O.: Sbíрка úloh z matematiky pro gymnázia – Funkce. Praha, Prometheus 2000
- [7] Odvárko, O.: Sbíрка úloh z matematiky pro gymnázia – Posloupnosti a řady. Praha, Prometheus 2000
- [8] Calda, E., Dupač, V.: Matematika pro gymnázia – Kombinatorika, pravděpodobnost a statistika. Praha, Prometheus 2004
- [9] Charvát, J., Zhouf, J., Boček, L.: Matematika pro gymnázia – Rovnice a nerovnice. Praha, Prometheus 2004
- [10] Bušek, I., Calda, E.: Matematika pro gymnázia – Základní poznatky z matematiky. Praha, Prometheus 2004
- [11] Sýkora, V., Zhouf, J., Černý, J., Dittrich, J., Herman, J., Houska, J., Hudcová, M., Krčková, S., Kubát, J., Šimša, J.: Matematika – Sbíрка úloh pro společnou část maturitní zkoušky – vyšší obtížnost. Praha, Ústav pro informace a ve vzdělávání Taurius 2001
- [12] Čermák, P., Červinková, P.: Odmaturuj z matematiky 1. Brno, Didaktis 2004
- [13] Čermák, P.: Odmaturuj z matematiky 2 – Základy diferenciálního a integrálního počtu. Brno, Didaktis 2004